

SELBSTTEST MATHEMATIK

1. Formen Sie die folgenden Terme um:

$$a) \quad x^2 y^2 \cdot \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x} \right)^2 : \left[(x-y) \cdot (x+y)^2 \right]$$

$$b) \quad \frac{(9x^2)^n}{18^n \cdot x^n}$$

$$c) \quad \sqrt[5]{\sqrt{x^3} \cdot x^{-3}} \cdot \sqrt{x^3}$$

$$d) \quad \frac{(7x^6 y^{-5})^{-4}}{(14x^{-3} y^{-4})^{-5}}$$

$$e) \quad (\sqrt{4a+8b} + \sqrt{9a+18b}) : \sqrt{a+2b}$$

$$f) \quad 2 \cdot \log(x) + 3 \cdot \log(2y) - 0.5 \cdot \log(z)$$

$$g) \quad (\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} + \sqrt{2x}) \cdot (\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} - \sqrt{2x})$$

2. Faktorisieren Sie:

$$a) \quad (x-y)(x^2 - z^2) - (x-z)(x^2 - y^2)$$

$$b) \quad 2x^4 - 162$$

3. Lösen Sie die Gleichungen

$$a) \quad \frac{7 \cdot (x-5)^2}{6x^2 - 6} = \frac{5x-1}{3x+3} - \frac{3x-2}{6x-6}$$

$$b) \quad \frac{\frac{x-0.4}{x+0.3} - \frac{x-0.1}{x+0.5}}{0.8} = 0.5$$

4. Lösen Sie die Formel $K_1 = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)$ nach p auf.

5. Lösen Sie die folgenden quadratischen Gleichungen

$$a) \quad x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$b) \quad 0.25x^2 - 0.875x = 0$$

$$c) \quad -3x^2 + 4x + 5 = 0$$

$$d) \quad 2x^2 - 20x + 50 = 0$$

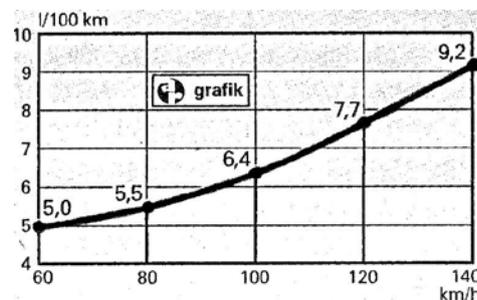
6. Ein Verein zählt 300 Mitglieder. Durch Herabsetzen des bisherigen Mitgliederbeitrages um CHF 20.- hofft der Vorstand die Mitgliederzahl auf 450 erhöhen zu können und eine Mehreinnahme von CHF 1500.- zu erzielen. Wie hoch ist der bisherige Mitgliederbeitrag? (Lösung mit Hilfe einer Gleichung!)

7. Jemand hat CHF 100'000.- in drei Posten angelegt, zu 2% auf Sparheften, zu 3% in Obligationen und zu 4.5% in Industripapieren. Wie gross sind diese Posten, wenn der Zinsertrag im ganzen eine Summe von CHF 2'880.- ausmacht und der erste und dritte Posten gleich viel Zins einbringen? (Lösung mit Hilfe eines Gleichungssystems!)

8. CHF 6'250.- wachsen innerhalb von sechs Jahren auf CHF 8'375.60 an. Zu wieviel Prozent ist das Kapital angelegt?
9. Ein Grundstück soll für CHF 400'000.- (Barpreis) verkauft werden. Der Käufer möchte CHF 150'000.- sofort bezahlen. Den Restbetrag will er in vier gleich hohen Annuitäten bezahlen (die erste Annuität nach einem Jahr, die zweite nach zwei, die dritte nach drei und die vierte nach vier Jahren). Berechnen Sie die Höhe einer solchen Annuität (Zinssuss 6.5%).
10. Eine Gerade verläuft durch die beiden Punkte $P_1(-3/-1)$ und $P_2(2/-4)$. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Geraden.
11. Bestimmen Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes der Parabel mit der Gleichung $y = -0.4x^2 + 6.4x - 13.6$.

12. Benzinverbrauch

Gemäss einem Testbericht in der Automobil Revue 42/1997 zeigt der Personenwagen Nissan Primera 2.0 SRi die nebenstehende Abhängigkeit des Benzinverbrauches b von der Geschwindigkeit v (Messung des Verbrauchs mit elektronischen Präzisionsinstrumenten bei konstanter Geschwindigkeit im obersten Gang).



Der Graph sieht einer Parabel ähnlich.

- a) Verwenden Sie die Punkte $P_1(60/5.0)$, $P_2(100/6.4)$, $P_3(140/9.2)$ und bestimmen Sie die Funktionsgleichung $y = av^2 + bv + c$ der Parabel, welche durch diese drei Punkte verläuft.
- b) Berechnen Sie, um abzuklären, wie gut die Parabel die Testkurve annähert, die Funktionswerte für $v = 80$ und $v = 120$. Vergleichen Sie die berechneten Werte mit den Testwerten.
13. Lohnerhöhung
- Eine grosse Firma erhöht ihren Arbeitern und Angestellten den Jahreslohn sozial abgestuft. Die Lohnerhöhung beträgt 2% der Differenz zwischen CHF 80'000.- und dem bisherigen Lohn, höchstens aber CHF 1'000.-. Bei Löhnen über CHF 80'000.- wird keine Lohnerhöhung gewährt.
- a) Bis zu welchem Lohn erhält ein Mitarbeiter CHF 1'000.- Lohnerhöhung?
- b) Stellen Sie die Lohnerhöhung in CHF in Abhängigkeit des Lohnes x graphisch dar für $15'000 \leq x \leq 110'000$.
- c) Betrachten Sie jetzt die Lohnerhöhung in Prozent des bisherigen Lohnes. Stellen Sie diese prozentuale Erhöhung in Abhängigkeit des Lohnes x graphisch dar für $15'000 \leq x \leq 110'000$.
- d) Für welchen Lohn beträgt die Lohnerhöhung 2%?

14. Zinseszins

Ein Kapital von CHF 9'600.- wächst in n Jahren auf CHF 12'632.95 an. Berechnen Sie die Anzahl Jahre n bei einem Jahreszinsfuss von 4%.

15. Bevölkerungswachstum

Die Erdbevölkerung wächst zur Zeit um 1.4% jährlich. In wieviel Jahren verdoppelt sie sich?

16. Lösen Sie die Ungleichung

$$\frac{2x - 5}{8} - \frac{3x + 2}{4} < \frac{1}{8}$$

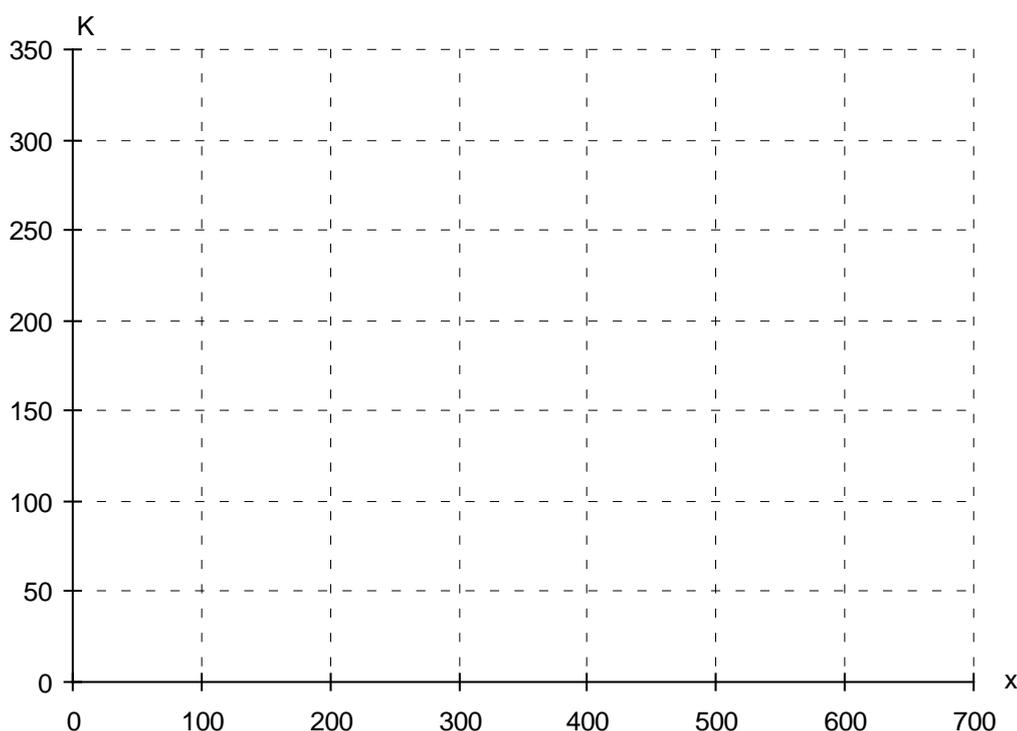
17. Kosten für Miet- und Ausleihwagen

Student Gscheitle will innerhalb eines Tages seine Studentenbude zügeln (Kleinmöbel, Bücher, Wäsche usw.). Für den Transport braucht er ein kleines Nutzfahrzeug.

- Die Firma Mietcar AG offeriert ihm für einen Tag den Citroen Berlingo 2.0 TDi für CHF 157.- (inkl. Vollkasko und 350 km). Für jeden Mehrkilometer werden CHF -.61 berechnet.
- Kollege Gschwind würde ihm am Zügeltag seinen VW Passat TDI Variant ausleihen für CHF -.75 pro km. Er würde aber maximal CHF 300.- verlangen. (Gschwind hat eine Vollkasko.)

Da beide Fahrzeuge etwa denselben Dieserverbrauch haben, berücksichtigt Gscheitle die Treibstoffkosten beim Vergleich der beiden Angebote nicht.

- a) Bezeichnen Sie mit x die Anzahl der gefahrenen km und mit K die Kosten für x km und bestimmen Sie die Funktionsgleichungen für den Mietwagen und den Ausleihwagen.
- b) Für welche Kilometerzahlen ist das Angebot des Kollegen (der Firma Mietcar) günstiger?



10. $y = -0.6x - 2.8$

11. Scheitelpunkt $S(8/12)$

12. $b(v) = av^2 + bv + c$

$$b(60) = 3'600a + 60b + c = 5.0$$

$$b(100) = 10'000a + 100b + c = 6.4$$

$$b(140) = 19'600a + 140b + c = 9.2$$

$$b(v) = 0.0004375v^2 - 0.035v + 5.525$$

$$b(80) = 5.525$$

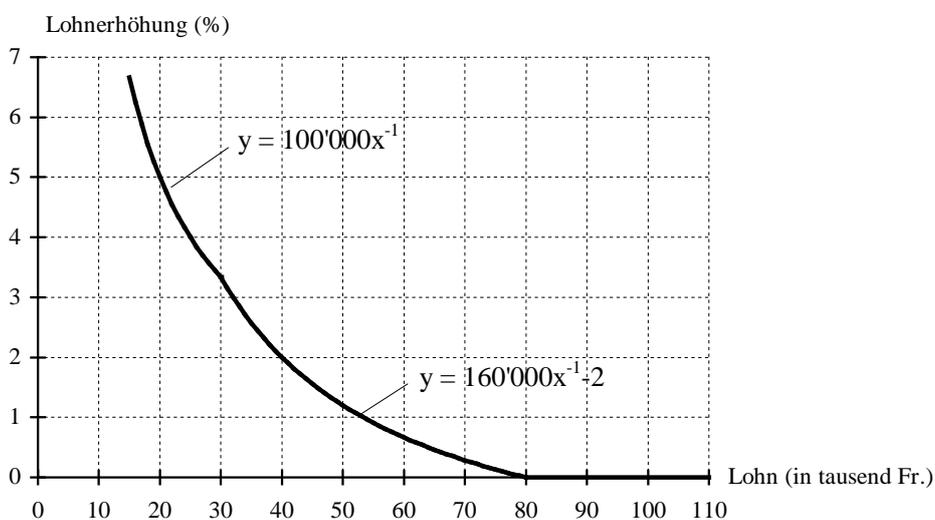
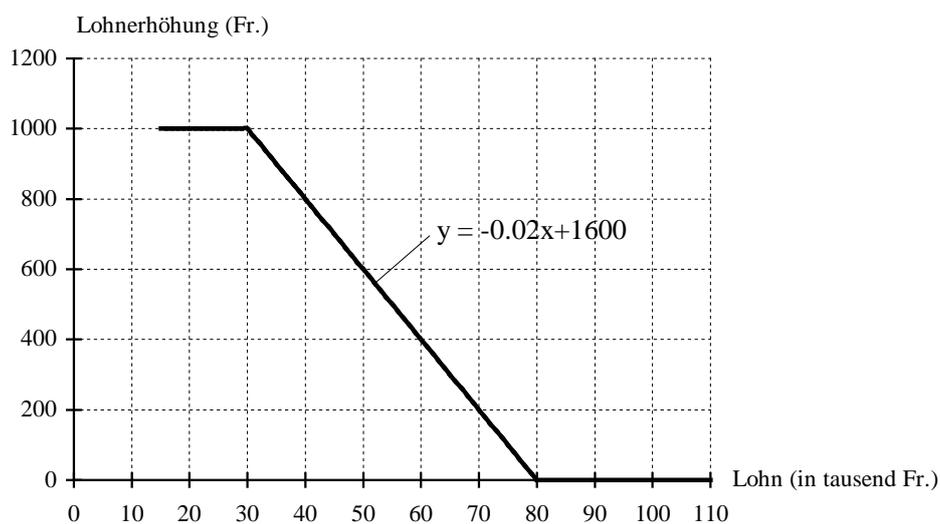
$$b(120) = 7.625$$

Das Parabelmodell ist gut!

13. a) Bisheriger Lohn: x CHF

$$\frac{2 \cdot (80'000 - x)}{100} = 1'000 \quad x = 30'000$$

b) und c)



d) $-0.02x + 1600 = 0.02x \quad x = 40'000$

$$14. 12'632.95 = 9'600 \cdot 1.04^n$$

$$1.31593229167 = 1.04^n$$

$$n = \log_{1.04}(1.3159...) = \frac{\log(1.3159...)}{\log(1.04)} = 7$$

$$15. 2 = 1.014^n$$

$$n = \log_{1.014}(2) = \frac{\log(2)}{\log(1.014)} = 49.86$$

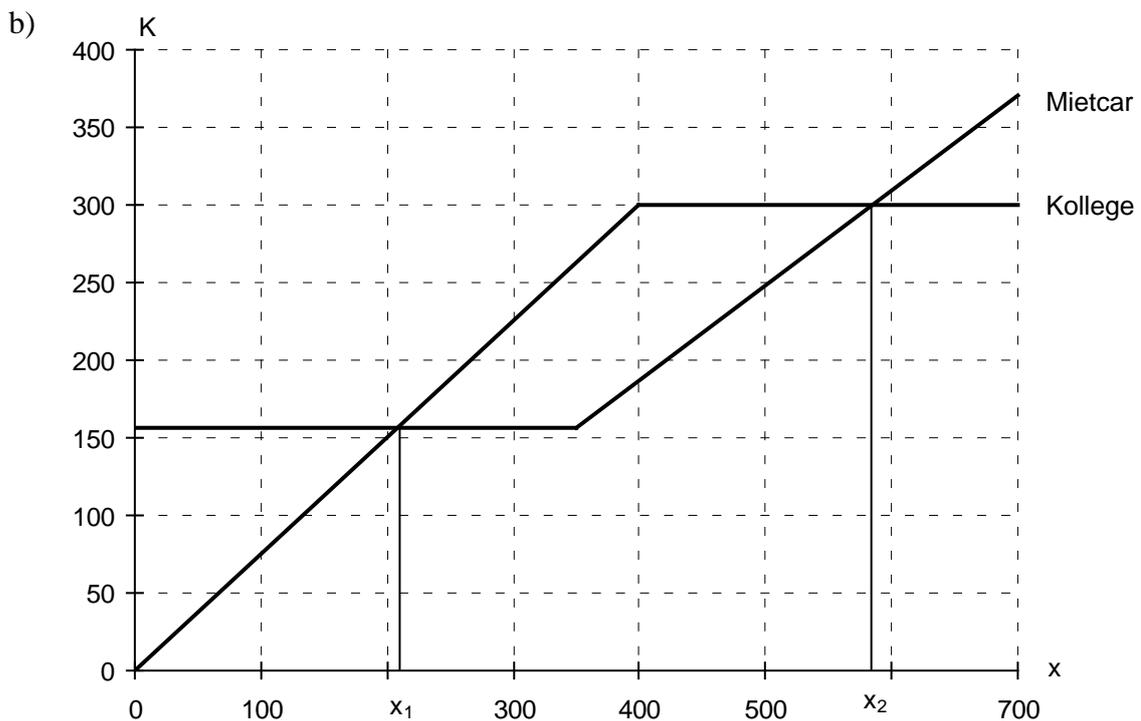
Innerhalb von 50 Jahren verdoppelt sich die Bevölkerung.

$$16. x > -2.5$$

$$17. a) \text{ Mietcar } K(x) = \begin{cases} 157 & x \leq 350 \\ 0.61x - 56.5 & x > 350 \end{cases}$$

$$0.61 \cdot (x - 350) + 157 = 0.61x - 56.5$$

$$\text{Kollege } K(x) = \begin{cases} 0.75x & x \leq 400 \\ 300 & x > 400 \end{cases}$$



$$0.75x = 157 \quad x_1 = 209.33$$

$$0.61x - 56.5 = 300 \quad x_2 = 584.43$$

Das Angebot des Kollegen ist günstiger für Kilometerzahlen ≤ 209 und ≥ 585 .

Das Angebot der Firma Mietcar ist günstiger für Kilometerzahlen im Bereich von 210 bis 584.