

Lucerne University of
Applied Sciences and Arts

**HOCHSCHULE
LUZERN**

Technik & Architektur
FH Zentralschweiz



**Der direkteste Weg
zur richtigen Formel**

Die Formelsammlung für
HLKS-Fachpersonen



Der direkteste Weg für alle HLKS-Fachpersonen

Gebäudetechnik ist die gute Wahl, wenn Sie Gebäude gestalten und funktionsfähig machen wollen. Als Ingenieur oder Ingenieurin der Gebäudetechnik stellen Sie sicher, dass Gebäude effizient betrieben werden und ihre Energie selber nachhaltig produzieren.

Das praxisorientierte, innovative und interdisziplinäre Studium der Hochschule Luzern – Technik & Architektur ist das einzige Gebäudetechnik-Studium der Schweiz. Bei uns studieren Sie zusammen mit Architekten, Innenarchitektinnen und Bauingenieuren realitätsnah an konkreten Projekten. Sie nutzen das europaweit einzigartige Labor für Gebäudetechnik. Wir legen Wert darauf, dass die Ausbildung dem entspricht, was die Gebäudetechnik-Branche heute und morgen braucht.

Größen und Einheiten

SI-Basiseinheiten

Länge	Meter	m
Zeit	Sekunde	s
Masse	Kilogramm	kg
Stromstärke	Ampere	A
Temperatur	Kelvin	K
Stoffmenge	Mol	mol
Lichtstärke	Candela	cd

Abgeleitete SI-Einheiten

Kraft	Newton	N	$(\text{m kg})/\text{s}^2$
Arbeit	Joule	J, Ws	$(\text{m}^2\text{kg})/\text{s}^2$
Leistung	Watt	W	$(\text{m}^2\text{kg})/\text{s}^3$
Druck	Pascal	Pa	$\text{kg}/(\text{m s}^2)$
El. Spannung	Volt	V	$(\text{m}^2\text{kg})/(\text{s}^3\text{A})$
El. Widerstand	Ohm	Ω	$(\text{m}^2\text{kg})/(\text{s}^3\text{A}^2)$
Winkel (Ebene)	Radian	rad	m/m

Griechisches Alphabet

Alpha	A	α	Ny	N	ν
Beta	B	β	Xi	Ξ	ξ
Gamma	Γ	γ	Omikron	O	o
Delta	Δ	δ	Pi	Π	π
Epsilon	E	ε	Rho	ρ	ρ
Zeta	Z	ζ	Sigma	Σ	σ
Eta	H	η	Tau	T	τ
Theta	Θ	θ/ϑ	Ypsilon	Y	υ
Iota	I	ι	Phi	Φ	ϕ
Kappa	K	κ	Chi	X	χ
Lambda	Λ	λ	Psi	Ψ	ψ
My	M	μ	Omega	Ω	ω

Vorsätze

Deka	Hekto	Kilo	Mega	Giga	Tera	Peta
da	h	k	M	G	T	P
10	10^2	10^3	10^6	10^9	10^{12}	10^{15}
10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}	10^{-15}
d	c	m	μ	n	p	f
Dezi	Zenti	Milli	Mikro	Nano	Piko	Femto

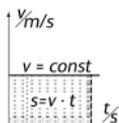
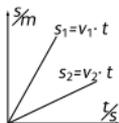
Grundlagen der Mechanik

Gleichförmige Bewegung

v	Geschwindigkeit	m/s
s	Strecke, Weg	m
t	Zeit	s

$$v = \frac{s}{t}$$

$$[v] = \frac{m}{s}$$



Gleichmäßig beschleunigte Bewegung

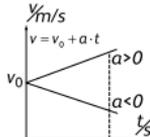
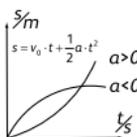
v	Geschwindigkeit	m/s
v_0	Anfangsgeschwindigkeit	m/s
a	Beschleunigung	m/s^2
s	Strecke, Weg	m
t	Zeit	s

$$a = \frac{v}{t}$$

$$[a] = \frac{m}{s^2}$$

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$[v] = \frac{m}{s}$$



wobei

$a > 0$ beim Beschleunigen

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad [s] = m$$

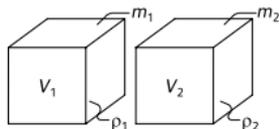
$a < 0$ beim Verzögern (Bremsen)

Dichte

ρ	Dichte	kg/m^3
m	Masse	kg
V	Volumen	m^3

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$[\rho] = \frac{kg}{m^3}$$



Kraft

F Kraft	N
m Masse	kg
a Beschleunigung	m/s ²

$$F = m \cdot a$$

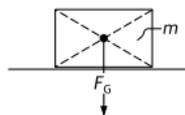
$$[F] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{N}$$

Gewichtskraft

F _G Gewichtskraft	N
m Masse	kg
g Fallbeschleunigung	m/s ²

$$F_G = m \cdot g$$

$$[F] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{N}$$



wobei

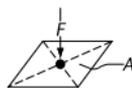
$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

Druck

p Druck	Pa
F Kraft	N
A Fläche	m ²

$$p = \frac{F}{A}$$

$$[p] = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \frac{\text{m} \cdot \text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}^2} = \text{Pa}$$



Umrechnungen Druckeinheiten

Druck	Pa	mbar	kPa	mWS*	bar
Pa	1	0,01	0,001	0,000102	0,00001
mbar	100	1	0,1	0,0102	0,001
kPa	1'000	10	1	0,102	0,01
mWS*	9'810	98,1	9,81	1	0,0981
bar	100'000	1'000	100	10,2	1

*Die Zahlenwerte für die Umrechnung von mWS beziehen sich auf eine Dichte von 1'000 kg/m³.

Arbeit

W Arbeit J

F Kraft N

s Weg m

$$W = F \cdot s$$

$$[W] = N \cdot m = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = \text{J}$$



Umrechnungen Arbeit-/Energieeinheiten

Arbeit	J	kJ	MJ	kWh
J	1	0,001	0,000001	0,0000003
kJ	1'000	1	0,001	0,000278
MJ	1'000'000	1'000	1	0,278
kWh	3'600'000	3'600	3,6	1

Leistung

P Leistung W

W Arbeit J

t Zeit s

$$P = \frac{W}{t}$$

$$[P] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^3} = \text{W}$$



Energie

Definition*:

Die in einem Körper «gespeicherte» Arbeit wird allgemein als Energie bezeichnet.

Arbeit und Energie haben beide die Einheit Joule.

Einige Energieformen

Energieform	Gleichung	Einheit
Lageenergie	$W_l = m \cdot g \cdot h$	$[W_l] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m} = \text{J}$
Bewegungsenergie	$W_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$	$[W_{kin}] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = \text{J}$
Elektrische Energie	$W_e = e_0 \cdot U$	$[W_e] = C \cdot V = A \cdot s \cdot V = A \cdot s \cdot \frac{\text{m}^2 \cdot \text{kg}}{\text{s}^3 \cdot A} = \text{J}$
Thermische Energie	$Q = m \cdot c_p \cdot \Delta T$	$[Q] = \text{kg} \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot \text{K} = \text{J}$

* Siehe auch erster und zweiter Hauptsatz der Thermodynamik.

Thermodynamik

Größen und Einheiten

Temperatur

θ	Temperatur	$^{\circ}\text{C}$	$\{\theta\} = \{T\} + 273,15$
T	absolute Temperatur	K	$\{\theta\} = \{T\} - 273,15$



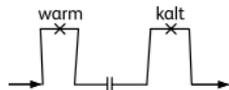
Verhalten der Stoffe bei Temperaturänderung

Längenausdehnung fester Stoffe

Δl	Längenänderung	m	$\Delta l = l_1 \cdot \alpha \cdot \Delta T$	$[\Delta l] = m \cdot \frac{1}{K} \cdot K = m$
l_1	Ausgangslänge	m		
l_2	Endlänge	m		
α	Längenausdehnungskoeffizient	K^{-1}	$l_2 = l_1 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$	$[l_2] = m$
ΔT	Temperaturdifferenz	K		

Längenausdehnungskoeffizient einiger Stoffe

Stoff	Temperatur in $^{\circ}\text{C}$	$\alpha \times 10^{-6}$ in K^{-1}
Kupfer	0...100	16,8
Stähle		
unlegiert	0...100	11,5
Chrom-Nickel-Molybdän	20...100	16,0
Baustahl	0...100	12,0
Stahlbeton	0...100	14,0
Messing (62% Cu)	0...100	18,4
Polyethylen	0... 80	150...230
Polyvinylchlorid (PVC hart)	0...100	70,0
Mepla (Metallverbundrohr)	20...100	26,0



Volumenausdehnung von Flüssigkeiten

ΔV Volumenänderung m^3

V_1 Ausgangsvolumen m^3

V_2 Endvolumen m^3

ρ_1 Dichte bei Temperatur 1 kg/m^3

ρ_2 Dichte bei Temperatur 2 kg/m^3

$$\Delta V = V_1 \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2} - V_1 \quad [\Delta V] = m^3$$

wobei

$$\Delta V = V_2 - V_1$$

Dichte ρ von Wasser

Temperatur in °C	ρ in kg/m^3
0	999,8
10	999,7
20	998,2
60	983,2
100	958,3

Normbedingungen des idealen Gases

p_0 Normdruck Pa

T_0 Normtemperatur K

$p_0 = 101'325$ Pa $T_0 = 273,15$ K

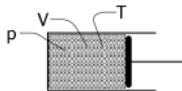
Molares Normvolumen

V_0 molares Normvolumen m^3/mol

$V_0 = 22,414 \cdot 10^{-3} m^3/mol$

Gleichungen des idealen Gases

R	Allgemeine Gaskonstante	J/(mol K)
R _s	Spezifische Gaskonstante	J/(kg K)
n	Stoffmenge	mol
p _{1,2,x}	Druck Zustand 1,2,x	Pa
V _{1,2,x}	Volumen Zustand 1,2,x	m ³
T _{1,2,x}	Temperatur Zustand 1,2,x	K
M	Molare Masse	kg/mol



Form	Gleichung	Bedingung
Allgemeine Zustandsgleichung	$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$	$m = const$
Allgemeine Zustandsgleichung	$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$	$R = 8,31451 \frac{J}{mol \cdot K}$
Spezifische Zustandsgleichung	$p \cdot V = m \cdot R_s \cdot T$	$R_s = \frac{R}{M}$
Allgemeine Dichte	$\frac{m}{V} = \rho = \frac{p}{R_s \cdot T}$	$[\rho] = \frac{kg}{m^3}$
Dichte Zustand x	$\rho_x = \rho_0 \cdot \frac{p_x \cdot T_0}{p_0 \cdot T_x}$	$[\rho] = \frac{kg}{m^3} \cdot \frac{Pa \cdot K}{K \cdot Pa}$
1. Gesetz von Gay-Lussac	$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$	$p = const$
2. Gesetz von Gay-Lussac	$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$	$V = const$
Gesetz von Boyle-Mariotte	$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$	$T = const$

Gaskonstante R_s einiger Gase

Gas	R _s in J/(kg K)
Luft	287,2
Methan	518,3
Kohlendioxid	188,9
Ammoniak	488,2

Normdichte ρ einiger Gase

Gas	ρ ₀ in kg/m ³
Luft	1,293
Methan	0,717
Kohlendioxid	1,977
Ammoniak	0,771
Propan	2,004

Energie und Wärme

Wärmekapazität

Q	Wärmemenge	J
m	Masse	kg
c_p	spez. Wärmekapazität bei p = const	J/(kg K)
θ_1	Temperatur Stoff 1	°C
θ_2	Temperatur Stoff 2	°C
ΔT	Temperaturdifferenz	K

$$Q = m \cdot c_p \cdot (\theta_2 - \theta_1) \quad [Q] = \text{kg} \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot \text{K} = \text{J}$$

Spez. Wärmekapazität c_p einiger Stoffe

Stoff	c_p in J/(kg K)
Wasser (20 °C)	4'182
Wasser (60 °C)	4'184
Luft (20 °C)	1'005
Luft (100 °C)	1'009
Eis (0 °C)	2'090
Beton (0...100 °C)	880
Stahl (0...100 °C)	500

Mischungstemperatur

Q_{ab}	abgegebene Wärmemenge	J
Q_{auf}	aufgenommene Wärmemenge	J
m_1	Masse Stoff 1	kg
m_2	Masse Stoff 2	kg
c_{p1}	spez. Wärmekapazität Stoff 1	J/(kg K)
c_{p2}	spez. Wärmekapazität Stoff 2	J/(kg K)
θ_1	Temperatur Stoff 1	°C
θ_2	Temperatur Stoff 2	°C
θ_m	Mischungstemperatur	°C

Energiebilanz

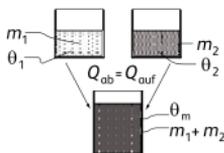
$$Q_{\text{ab}} = Q_{\text{auf}}$$

somit

$$m_1 \cdot c_{p1} \cdot (\theta_1 - \theta_m) = m_2 \cdot c_{p2} \cdot (\theta_m - \theta_2)$$

Mischungstemperatur*

$$\theta_m = \frac{m_1 \cdot c_{p1} \cdot \theta_1 + m_2 \cdot c_{p2} \cdot \theta_2}{m_1 \cdot c_{p1} + m_2 \cdot c_{p2}} \quad [\theta_m] = \text{°C}$$

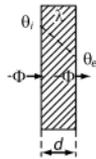


*Die Mischungstemperatur gilt für alle Mischvorgänge, bei denen kein Medium den Aggregatzustand wechselt und zwischen dem System und seiner Umgebung keine Wärmeübertragung stattfindet.

Wärmeleitung durch eine ebene Wand

Φ	Wärmestrom	W
λ	Wärmeleitfähigkeit*	W/(m K)
d	Wanddicke	m
A	Fläche	m ²
θ_e	Temperatur Wand aussen	°C
θ_i	Temperatur Wand innen	°C
ΔT	Temperaturdifferenz	K

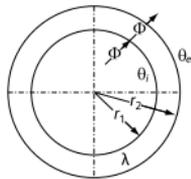
$$\Phi = \frac{\lambda}{d} \cdot A \cdot (\theta_i - \theta_e) \quad [\Phi] = \frac{W}{m \cdot K \cdot m} \cdot m^2 \cdot K = W$$



Wärmeleitung durch ein einschichtiges Rohr

Φ	Wärmestrom	W
λ	Wärmeleitfähigkeit*	W/(m K)
l	Länge Teilstück	m
r_1	Radius innen	m
r_2	Radius aussen	m
θ_i	Temperatur Rohr innen	°C
θ_e	Temperatur Rohr aussen	°C
ΔT	Temperaturdifferenz	K

$$\Phi = \frac{\lambda \cdot 2 \pi \cdot l \cdot (\theta_i - \theta_e)}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \quad [\Phi] = W$$



Konvektion an einer Wand

Φ	Wärmestrom	W
h	Wärmeübergangskoeffizient*	W/(m ² K)
A	Fläche	m ²
θ_f	Temperatur Fluid	°C
θ_w	Temperatur Wand	°C
ΔT	Temperaturdifferenz	K

$$\Phi = h \cdot A \cdot (\theta_f - \theta_w) \quad [\Phi] = \frac{W}{m^2 \cdot K} \cdot m^2 \cdot K = W$$

*siehe Wärmedurchgang

Wärmestrahlung

Φ_e	Strahlungsleistung	W	Strahlungsleistung eines Körpers*
ε_F	Emissionsgrad Fläche/Körper		$\Phi_e = \varepsilon_F \cdot \sigma \cdot A \cdot T_F^4$
ε_U	Emissionsgrad Umgebungsflächen		
C_{FU}	Strahlungsaustauschkonstante	$W/(m^2K^4)$	$[\Phi_e] = \frac{W}{m^2 \cdot K^4} \cdot m^2 \cdot K^4 = W$
σ	Stefan-Boltzmann-Konstante	$W/(m^2K^4)$	
A	Fläche	m^2	
T_F	Temperatur Fläche/Körper	K	Abgestrahlte Wärmeleistung an die Umgebung**
T_U	Temperatur Umgebungsflächen	K	

$$\Phi_e = C_{FU} \cdot A \cdot (T_F^4 - T_U^4)$$

$$[\Phi_e] = \frac{W}{m^2 \cdot K^4} \cdot m^2 \cdot K^4 = W$$

wobei

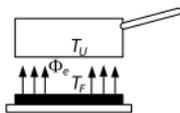
$$C_{FU} = \frac{\sigma}{\frac{1}{\varepsilon_F} + \frac{1}{\varepsilon_U} - 1}$$

Emissionsgrad einiger Stoffe

Stoff	Temperatur in °C	ε
Wasser	0...100	0,95...0,96
Russ	100...300	0,95
Ziegel, Putz	20	0,93
Wandfarbe	20	0,95
Dachpappe	20	0,93
Eichenholz	20	0,89
Lacke, Emaille	20	0,85
Stahl, poliert	20	0,29
Stahl, verrostet	20	0,85
Aluminium, poliert	20	0,04

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} W/(m^2K^4)$$

$\varepsilon = 1$, bei schwarzen Körpern



* Gilt für die Ausstrahlung ins Vakuum, mit guter Näherung auch für die Durchstrahlung von Luft.

** Strahlungsleistung einer Fläche mit der Temperatur T_F an eine parallele Umgebungsfläche mit der Temperatur T_U .

Wärmedurchgang durch eine ebene Wand

Φ	Wärmestrom	W
U	Wärmedurchgangskoeffizient	W/(m ² K)
A	Fläche	m ²
$h_{i,e}$	Wärmeübergangskoeffizient	W/(m ² K)
$\lambda_{1...n}$	Wärmeleitfähigkeit	W/(m K)
$d_{1...n}$	Wanddicke	m
θ_{fi}	Innentemperatur	°C
θ_{fe}	Aussentemperatur	°C
ΔT	Temperaturdifferenz	K

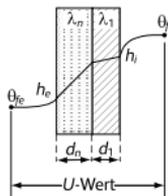
$$\Phi = U \cdot A \cdot (\theta_{fi} - \theta_{fe})$$

$$[\Phi] = \frac{W}{m^2 \cdot K} \cdot m^2 \cdot K = W$$

wobei

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{d_1}{\lambda_1} + \dots + \frac{d_n}{\lambda_n} + \frac{1}{h_e}}$$

$$[U] = \frac{W}{m^2 \cdot K}$$



Wärmeübergangskoeffizient h aus der Praxis

Bauteil		h in W/(m ² K)
Gebäudewand innen	h_i	8
Gebäudewand aussen	h_e	25

Wärmeleitfähigkeit λ einiger Stoffe

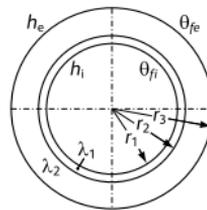
Stoff	Temperatur in °C	λ in W/(m K)
Kupfer	20	384
Stahl (0,2 % C)	20	50
Stahl (0,6 % C)	20	46
CrNiMo-Stahl	20	15
Kiesbeton	20	2,1
Glas (Fensterglas)	20	0,8...1,1
Backstein	20	0,35...0,9
Glaswolle	20	0,04

Wärmedurchgang durch ein zweischichtiges Rohr

Φ	Wärmestrom	W
l	Länge Teilstück	m
$h_{i,e}$	Wärmeübergangskoeffizient	W/(m ² K)
$\lambda_{1,2}$	Wärmeleitfähigkeit	W/(m K)
$r_{1,2,3}$	Radius	m
θ_{fi}	Temperatur Fluid	°C
θ_{fe}	Umgebungstemperatur	°C
ΔT	Temperaturdifferenz	K

$$\Phi = \frac{2 \cdot \pi \cdot l \cdot (\theta_{fi} - \theta_{fe})}{\frac{1}{h_i \cdot r_1} + \frac{1}{\lambda_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} + \frac{1}{\lambda_2 \cdot \ln \frac{r_3}{r_2}} + \frac{1}{h_e \cdot r_3}}$$

$$[\Phi] = W$$



Wärmeübertrager

$\Phi_{wü}$	Wärmestrom	W
U	Wärmedurchgangskoeffizient	W/(m ² K)
A	Wärmeübertragungsfläche	m ²
ΔT_m	Mittlere logarithmische Temperaturdifferenz	K

$$\Phi_{wü} = U \cdot A \cdot \Delta T_m$$

$$[\Phi_{wü}] = \frac{W}{m^2 \cdot K} \cdot m^2 \cdot K = W$$

Gegenstromwärmeübertrager

$$\Delta T_m = \frac{\Delta T_{max} - \Delta T_{min}}{\ln \left(\frac{\Delta T_{max}}{\Delta T_{min}} \right)} \quad [\Delta T_m] = K$$

wobei

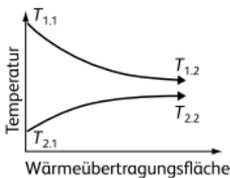
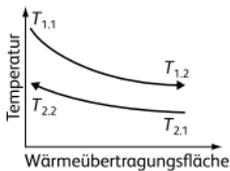
$$\Delta T_{max} = T_{1,1} - T_{2,2} \quad \Delta T_{min} = T_{1,2} - T_{2,1}$$

Gleichstromwärmeübertrager

$$\Delta T_m = \frac{\Delta T_{max} - \Delta T_{min}}{\ln \left(\frac{\Delta T_{max}}{\Delta T_{min}} \right)} \quad [\Delta T_m] = K$$

wobei

$$\Delta T_{max} = T_{1,1} - T_{2,1} \quad \Delta T_{min} = T_{1,2} - T_{2,2}$$



*Wird durch Strömungs- und Wärmeleitungsvorgänge bestimmt.

1. Hauptsatz der Thermodynamik

Formulierung allgemein:

Physikalisch betrachtet kann Energie weder erzeugt noch vernichtet werden, sondern nur von einer Form in die andere umgewandelt werden.

Formulierung mittels Exergie:

Bei allen Prozessen ist die Summe aus Exergie und Anergie konstant.

$$\text{Energie} = \text{Exergie} + \text{Anergie} = \text{const}$$

Definition Exergie:

Der Teil der Energie, der sich in jede beliebige Energieform umwandeln lässt.

Formen reiner Exergie sind:

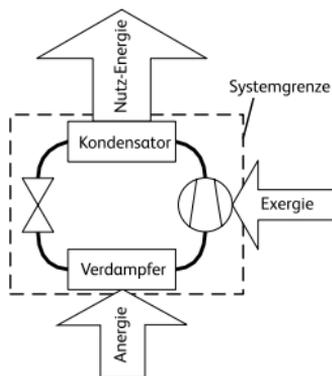
- elektrische Energie
- Lageenergie
- Bewegungsenergie

Definition Anergie:

Der Teil der Energie, der sich nicht in Exergie umwandeln lässt.

Formen reiner Anergie:

Umgebungswärme



2. Hauptsatz der Thermodynamik

Formulierung allgemein:

Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik gibt an, dass Energie nicht beliebig von einer Energieform zur anderen umgewandelt werden kann.

Beispiel:

Elektrische Energie kann praktisch vollständig in Wärme umgewandelt werden. Wärme jedoch nur begrenzt in elektrische Energie.

Formulierung mittels Exergie:

Bei allen natürlichen, nicht umkehrbaren Prozessen wird Exergie in Anergie umgewandelt.

Kreisprozesse der Gebäudetechnik

Carnot'sche Leistungszahl der Wärmepumpe *

$\epsilon_{WP,car}$ Maximale Leistungszahl der Wärmepumpe

Φ_{WP} Heizleistung der Wärmepumpe W

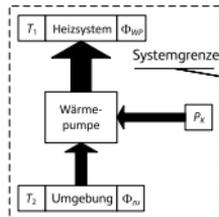
Φ_{zu} Wärmeleistung aus Umgebung W

$P_{K,th}$ Kompressorleistung (ohne Verluste) W

T_1 Austrittstemperatur Heizmedium K

T_2 Eintrittstemperatur Umgebungsmedium K

$$\epsilon_{WP,car} = \frac{\Phi_{WP}}{P_{K,th}} = \frac{T_1}{T_1 - T_2}$$



Carnot'sche Leistungszahl der Kältemaschine *

$\epsilon_{KM,car}$ Maximale Leistungszahl der Kältemaschine

Φ_{ab} Wärmeleistung an Umgebung W

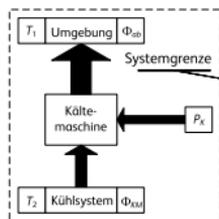
Φ_{KM} Kühlleistung der Kältemaschine W

$P_{K,th}$ Kompressorleistung (ohne Verluste) W

T_1 Eintrittstemperatur Umgebungsmedium K

T_2 Austrittstemperatur Kälteträgermedium K

$$\epsilon_{KM,car} = \frac{\Phi_{KM}}{P_{K,th}} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$



*Die Carnot'sche Leistungszahl ist ein theoretischer Wert. Ihre Anwendung in der Praxis erfolgt als Vergleich zwischen der realen Leistungszahl (ϵ) zur theoretisch maximalen Leistungszahl (ϵ_{car}).

Reale Leistungszahl der Wärmepumpe

ε_{WP}	Leistungszahl der Wärmepumpe	
Φ_{WP}	Heizleistung der Wärmepumpe	W
P_K	Leistungsaufnahme der Wärmepumpe	W

$$\varepsilon_{WP} = \frac{\Phi_{WP}}{P_K}$$

Reale Leistungszahl der Kältemaschine

ε_{KM}	Leistungszahl der Kältemaschine	
Φ_{KM}	Kühlleistung der Kältemaschine	W
P_K	Leistungsaufnahme der Kältemaschine	W

$$\varepsilon_{KM} = \frac{\Phi_{KM}}{P_K}$$

Gütegrad der Wärmepumpe

η_{WP}	Gütegrad der Wärmepumpe	
ε_{WP}	Leistungszahl der Wärmepumpe	
$\varepsilon_{WP,car}$	Maximale Leistungszahl der Wärmepumpe	

$$\eta_{WP} = \frac{\varepsilon_{WP}}{\varepsilon_{WP,car}}$$

Gütegrad der Kältemaschine

η_{KM}	Gütegrad der Kältemaschine	
ε_{KM}	Leistungszahl der Kältemaschine	
$\varepsilon_{WP,car}$	Maximale Leistungszahl der Kältemaschine	

$$\eta_{KM} = \frac{\varepsilon_{KM}}{\varepsilon_{KM,car}}$$

Allgemeine Eigenschaften der Flüssigkeiten und Gase

Hydrostatischer Druck

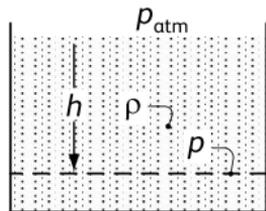
p	Druck	Pa
g	Fallbeschleunigung	m/s^2
ρ	Dichte	kg/m^3
h	Höhe (Flüssigkeitssäule)	m

Schweredruck in der Tiefe h^*

$$p = \rho \cdot g \cdot h \quad [\rho] = \frac{kg \cdot m \cdot m}{m^3 \cdot s^2}$$

wobei

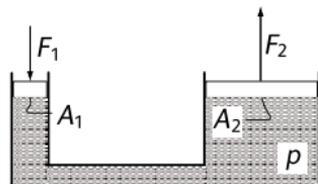
$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$



Grundgesetz der Hydraulik (Hydraulische Presse)

F_1	Kraft des Pumpenkolbens	N
F_2	Kraft des Presskolbens	N
A_1	Fläche des Pumpenkolbens	m^2
A_2	Fläche des Presskolbens	m^2

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2}$$



Auftrieb

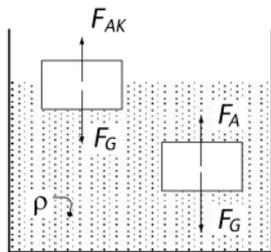
F_A	Auftriebskraft (ganzer Körper)	N
F_{AK}	Auftriebskraft (eingetauchter Teil Körper)	N
F_G	Gewichtskraft	N
ρ_{Fl}	Dichte der Flüssigkeit	kg/m ³
g	Fallbeschleunigung	m/s ²
V	Volumen (ganzer Körper)	m ³
V_K	Volumen (eingetauchter Teil Körper)	m ³
m	Masse des Körpers	kg

$$F_A = \rho_{Fl} \cdot g \cdot V \quad [F_A] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{m}^3}{\text{m}^3 \cdot \text{s}^2} = \text{N}$$

$$F_{AK} = \rho_{Fl} \cdot g \cdot V_K \quad [F_{AK}] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{m}^3}{\text{m}^3 \cdot \text{s}^2} = \text{N}$$

$$F_G = m \cdot g \quad [F_G] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \text{N}$$

wobei
 $g = 9,81 \text{ m/s}^2$



Vorgang	Bedingung
Ein Körper steigt	$F_G < F_A$
Ein Körper sinkt	$F_G > F_A$
Ein Körper schwebt	$F_G = F_A$
Ein Körper schwimmt	$F_G = F_{AK}$

Luftdruck

Barometrische Höhenformel

p	Luftdruck in der Höhe h	Pa
p_0	Normdruck der Luft	Pa
ρ_0	Normdichte von Luft	kg/m ³
g	Fallbeschleunigung	m/s ²
h	Höhe	m

$$p = p_0 \cdot e^{\left(\frac{\rho_0 \cdot g \cdot h}{\rho_0}\right)} \quad [p] = \text{Pa}$$

wobei

$$p_0 = 101'325 \text{ Pa}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$\rho_0 = 1,293 \text{ kg/m}^3$$

Strömende Flüssigkeiten und Gase

Volumenstrom

\dot{V} Volumenstrom m^3/s

V Volumen m^3

t Zeit s

A Fläche m^2

v Geschwindigkeit m/s

$$\dot{V} = \frac{V}{t}$$

$$\dot{V} = A \cdot v$$

$$[\dot{V}] = \frac{m^2 \cdot m}{s} = \frac{m^3}{s}$$



Massenstrom

\dot{m} Massenstrom kg/s

\dot{V} Volumenstrom m^3/s

ρ Dichte kg/m^3

$$\dot{m} = \dot{V} \cdot \rho$$

$$[\dot{m}] = \frac{m^3 \cdot kg}{s \cdot m^3} = \frac{kg}{s}$$

Bernoullische Gleichung

v_1 Geschwindigkeit des Fluides an der Stelle 1 m/s

v_2 Geschwindigkeit des Fluides an der Stelle 2 m/s

g Fallbeschleunigung ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$) m/s^2

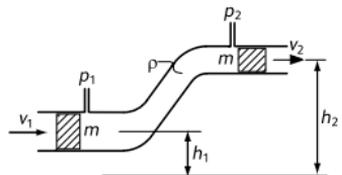
h_1 geodätische Höhe an der Stelle 1 m

h_2 geodätische Höhe an der Stelle 2 m

p_1 statischer Druck an der Stelle 1 Pa

p_2 statischer Druck an der Stelle 2 Pa

ρ Dichte des Fluides kg/m^3



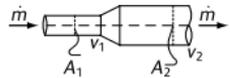
Bernoullische Gleichung in den verschiedenen Formen

Form der Gleichung	Dynamischer Anteil	Geodätischer Anteil	Statischer Anteil	Gesamt	SI-Einheit
Spez. Energie*	$\frac{v^2}{2}$	$g \cdot h$	$\frac{p}{\rho}$	= const	$\left[\frac{Nm}{kg \cdot s^2} \right]$
Druck	$\rho \cdot \frac{v^2}{2}$	$\rho \cdot g \cdot h$	p	= const	$\left[Pa, \frac{N}{m^2} \right]$
Höhe	$\frac{v^2}{2 \cdot g}$	h	$\frac{p}{\rho \cdot g}$	= const	[m]

*Die spezifische Energie bezieht sich auf die Masse $m = 1 \text{ kg}$.

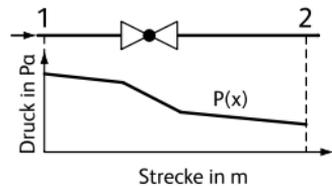
Kontinuitätsgleichung

\dot{m}	Massenstrom des Fluides	kg/s	Entlang einer Stromröhre gilt *
\dot{V}	Volumenstrom des Fluides	m ³ /s	$\dot{m} = \text{const}$
$A_{1,2}$	Querschnitt der Stromröhre	m ²	
$v_{1,2}$	Geschwindigkeit des Fluides	m/s	somit
ρ	Dichte des Fluides	kg/m ³	$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$



Druckverlust

Δp_{Is}	Druckverlust	Pa
ζ	Widerstandsbeiwert Einbauten	
λ	Rohrreibungszahl	
v	Strömungsgeschwindigkeit des Fluides	m/s
l	Länge der Rohrleitung	m
d_h	hydraulischer Durchmesser	m
R	Spezifischer Druckverlust	Pa/m



Gesamtdruckverlust einer Rohrstrecke

Rohr		Einzelwiderstand	=	Gesamtdruckverlust
$\sum \Delta p_{Is,R}$	+	$\sum \Delta p_{Is,E}$	=	$\Delta p_{Is,tot}$
$\sum \lambda \cdot \frac{l}{d_h} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2}$	+	$\sum \zeta \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2}$	=	$\Delta p_{Is,tot}$
$R \cdot l$	+	$\sum \zeta \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2}$	=	$\Delta p_{Is,tot}$

Reynoldszahl

v	Strömungsgeschwindigkeit des Fluides	m/s
d_h	hydraulischer Durchmesser	m
d_i	Innendurchmesser	m
ν	Kinematische Viskosität des Fluides	m ² /s
U	Umfang	m
A	Fläche	m ²

$$Re = \frac{d_h \cdot v}{\nu} \quad [Re] = \frac{m \cdot m \cdot s}{s \cdot m^2}$$

wobei

$$d_h = \frac{4 \cdot A}{U} \quad d_h = \frac{m^2}{m} = m$$

Rohrrauigkeiten k einiger Materialien

Material	k in mm
Kupfer / Messing	0,001...0,005
Faserzement	0,05...0,1
Stahlrohr, neu	0,02...0,1
Stahlrohr, gebraucht (rostig)	0,15...1,5
Blechkanal gefalzt	0,15...0,2
Wickelfalzrohr	0,1...2,0

Bei einem Rohr gilt

$$d_i = d_h$$

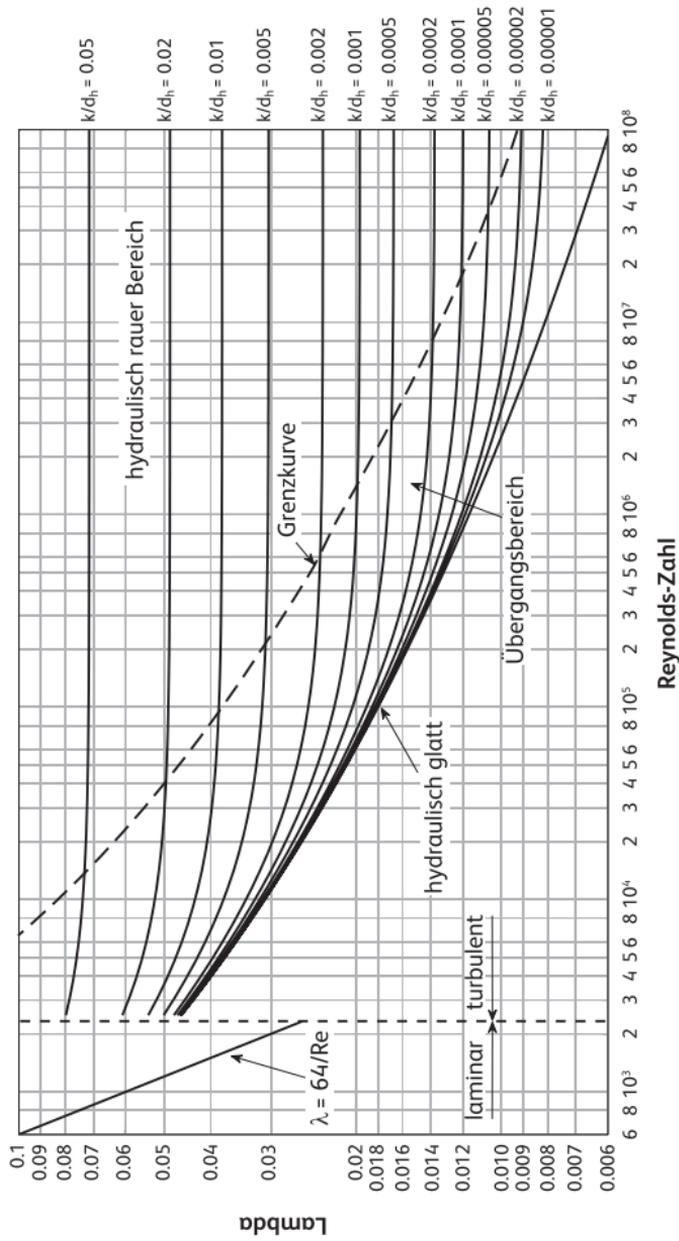
$Re < 2'320$ = laminare Rohrströmung

$Re > 2'320$ = turbulente Rohrströmung

Kinematische Viskosität ν von Wasser und Luft

Stoff	Temperatur in °C	ν in m ² /s
Wasser	0	$1,789 \cdot 10^{-6}$
Wasser	20	$1,006 \cdot 10^{-6}$
Wasser	60	$0,478 \cdot 10^{-6}$
Wasser	100	$0,294 \cdot 10^{-6}$
Luft	-20	$11,78 \cdot 10^{-6}$
Luft	0	$13,52 \cdot 10^{-6}$
Luft	20	$15,35 \cdot 10^{-6}$
Luft	40	$17,26 \cdot 10^{-6}$
Luft	60	$19,27 \cdot 10^{-6}$

Moody-Diagramm zur Ermittlung der Rohrreibungszahl λ^*



* Ansatz aus: Recktenwald, Gerald (2007), Pipe Flow Analysis with Matlab

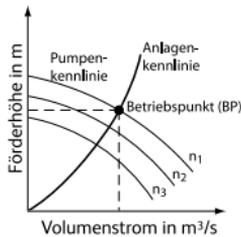
Pumpen und Ventilatoren

\dot{V}	Förderstrom	m^3/s
h	Förderhöhe	m
Δp	Druckverlust/Druckdifferenz	Pa
n	Drehzahl	min^{-1}
P_2	Hydraulische Leistung	W
P_1	elektrische Leistungsaufnahme	W
η_P	Hydraulischer Wirkungsgrad Pumpe	
η_V	Hydraulischer Wirkungsgrad Ventilator	
η_M	Wirkungsgrad Antriebsmotor	
η_W	Wirkungsgrad Welle	

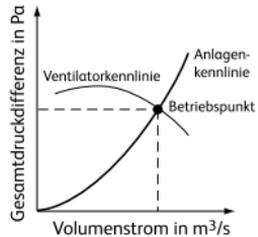
Anlagen-/Rohrnetzkenlinie

$$\Delta p = C \cdot \dot{V}^2$$

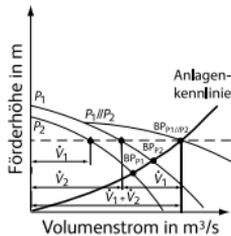
Pumpenkennlinie



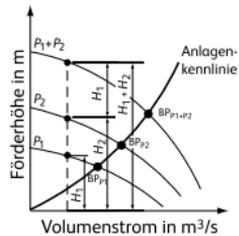
Ventilatorokennlinie



Parallelschaltung



Serieschaltung



* Für reibungsfreie, inkompressible Strömungen.

Für technische Anwendungen als Näherungslösung zu betrachten.

** Aus Erfahrung; Leistungsaufnahme $P_2 \sim (n_2/n_1)^2 \cdot P_1$

Leistungsaufnahme Pumpen und Ventilatoren

	Pumpe	Ventilator	Einheit
Hydraulische Leistung	$P_2 = \dot{V} \cdot \rho \cdot g \cdot h$	$P_2 = \dot{V} \cdot \Delta p$	$[P_2] = W$
el. Leistungsaufnahme/ Wellenleistung	$P_1 = \frac{P_2}{\eta_P}$	$P_1 = \frac{P_2}{\eta_V}$	$[P_1] = W$
Wirkungsgrad	$\eta_P = \frac{P_2}{P_1}$	$\eta_V = \frac{P_2}{P_1}$	$[\eta_{P/V}] = 1$
Gesamtwirkungsgrad	$\eta_{P,ges} = \eta_P \cdot \eta_M \cdot \eta_W$	$\eta_{V,ges} = \eta_V \cdot \eta_M \cdot \eta_W$	$[\eta_{ges}] = 1$

Proportionalitätsgesetze *

$\dot{V}_{1,2}$	Volumenstrom	m^3/s
$n_{1,2}$	Drehzahl	min^{-1}
$\Delta p_{1,2}$	Druckverlust	Pa
$P_{1,2}$	Leistungsaufnahme	W

Volumenstrom

$$\dot{V}_2 = \frac{n_2}{n_1} \cdot \dot{V}_1 \quad [\dot{V}_2] = \frac{m^3}{s}$$

Druckverlust

$$\Delta p_2 = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \cdot \Delta p_1 \quad [\Delta p_2] = Pa$$

Leistungsaufnahme **

$$P_2 = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^3 \cdot P_1 \quad [P_2] = W$$

Quellen- und Stichwortverzeichnis



Quellen

- 1 Bösow, Leopold (2010). Technische Strömungslehre (8. Auflage).
Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag
- 2 Cerbe, Günter & Wilhelms Gernot (2011). Technische Thermodynamik (16. Auflage).
München: Carl-Hanser-Verlag
- 3 Dobrinski, Paul; Krakau, Gunter & Vogel, Anselm (2003). Physik für Ingenieure (10. Auflage).
Wiesbaden: B.G. Teubner
- 4 Mende, Dietmar & Simon, Günter (2000). Physik Gleichungen und Tabellen (12. Auflage).
München: Fachbuchverl. Leipzig im Carl-Hanser-Verlag
- 5 Recknagel, Hermann; Sprenger, Eberhard & Schramek, Ernst-Rudolf (2011).
Taschenbuch für Heizungs + Klimatechnik (75. Auflage). München: Oldenbourg Verlag
- 6 Stroppe, Heribert (2005). Physik für Studenten der Natur- und Ingenieurwissenschaften (13. Auflage).
München: Fachbuchverl. Leipzig im Carl-Hanser-Verlag

Stichwortverzeichnis

A	
Anergie	15
Anlagen / Rohrnetzkenlinie	25
Arbeit	6
Auftrieb	20
B	
Barometrische Höhenformel	20
Bernoullische Gleichung	21
D	
Dichte	4
Dichte, Wasser	8
Druck	5
Druckverlust	22
E	
Einheiten, Arbeit, Energie	6
Einheiten, Druck	5
Emissionsgrad	12
Energie	6
Energieformen	6
Exergie	15
G	
Gaskonstante, spezifische	9
Gewichtskraft	5
Gleichförmige Bewegung	4
Gleichmässig beschleunigte Bewegung	4
Griechisches Alphabet	3
Grundgesetz, Hydraulik	19
H	
Hauptsatz der Thermodynamik, erster	15
Hauptsatz der Thermodynamik, zweiter	16
Hydrostatischer Druck	19
I	
Ideales Gas, Gleichungen	9
Ideales Gas, Normbedingungen	8
K	
Kältemaschine, Carnot'sche Leistungszahl	17
Kältemaschine, Gütegrad	18
Kältemaschine, reale Leistungszahl	18
Kinematische Viskosität	23
Kontinuitätsgleichung	22
Konvektion, Wand	11
Kraft	5
Kreisprozesse, Gebäudetechnik	17
L	
Längenausdehnung fester Stoffe	7
Längenausdehnungskoeffizient	7
Leistung	6
Leistungsaufnahme, Pumpen, Ventilatoren	26
Luftdruck	20
M	
Massenstrom	21
Mischungstemperatur	10
Moody-Diagramm	24

N		V	
Normdichte, Gase	9	Ventilatoren	25
Normvolumen, molares	8	Ventilatorenkennlinie	25
P		Volumenausdehnung von Flüssigkeiten	8
Parallelschaltung	25	Volumenstrom	21
Proportionalitätsgesetze	26	Vorsätze	3
Pumpen	25	W	
Pumpenkennlinie	25	Wärmedurchgang, ebene Wand	13
R		Wärmedurchgang, zweischichtiges Rohr	14
Reynoldszahl	23	Wärmekapazität	10
Rohrrauhigkeit	23	Wärmekapazität, spezifische	10
S		Wärmeleitfähigkeit	13
Serieschaltung	25	Wärmeleitung, ebene Wand	11
SI-Basiseinheiten	3	Wärmeleitung, einschichtiges Rohr	11
T		Wärmepumpe, Carnot'sche Leistungszahl	17
Temperatur	7	Wärmepumpe, Gütegrad	18
		Wärmepumpe, reale Leistungszahl	18
		Wärmestrahlung	12
		Wärmeübergangskoeffizient	13
		Wärmeübertrager, Gegenstrom	14
		Wärmeübertrager, Gleichstrom	14

Der direkteste Weg für intelligente Praktikerinnen und Praktiker

Gebäudetechnik spielt eine Schlüsselrolle bei der Umsetzung der Energiewende, denn Gebäude verbrauchen heute noch fast die Hälfte der gesamten Energie der Schweiz. Das Gebäudetechnik-Studium, Studienrichtung HLKS, wird nur an der Hochschule Luzern – Technik & Architektur angeboten. Es ist seit über 50 Jahren die höchste Ausbildung der Schweiz für HLKS-Fachpersonen. Das Studium schafft optimale Voraussetzungen für eine Karriere als Ingenieurin oder Ingenieur. Es befähigt Sie, komplexe Heizungs-, Klima- oder Sanitäreanlagen zu planen, Energie- und Gebäudetechnik-konzepte zu erarbeiten, die Bauherrschaft bezüglich Energieeffizienz zu beraten sowie Führungsaufgaben zu übernehmen.

Sie erlangen den Bachelor im Vollzeit-Studium bereits in drei oder berufsbegleitend in vier Jahren. Berufsmaturandinnen und Berufsmaturanden steigen direkt ein, erfahrene Praktikerinnen und Praktiker ab 25 Jahren über ein Zulassungsstudium.

Mehr Informationen und Anmeldung:
www.hslu.ch/gebaeudetechnik



Der direkteste Weg um Gebäude effizienter zu machen

Gebäudetechnik, das richtige Studium für Elektro-
Fachpersonen, die Ingenieurinnen und Ingenieure
werden wollen. Vollzeit oder berufsbegleitend.

Bestellen Sie die Formelsammlung:
www.hslu.ch/formelsammlung